

29. Sept. 1972
Vogelbauer

Abschätzung der minimal möglichen Frontzeiten
bei den auftretenden Stossströmen

Die im Annex I abgeleiteten Beziehungen ergeben auch einen Anhaltspunkt für die Minimalwerte der Frontzeiten bei unter einer gewissen Felsüberdeckung auftretenden Induktionsströmen. Für Vorgänge, die gemessen an der Zeitkonstante des Bodens $\epsilon \cdot \rho = 10^{-7} \dots 10^{-9} \text{ s}$ langsam verlaufen (Verschiebungsstrom klein gegen Leitungsstrom) ist auch die Erde ein Leiter. Für das Eindringen des elektromagnetischen Feldes in den Erdboden gelten daher die gleichen Gesetze wie für das Eindringen in Metalloberflächen und, soweit die Randbedingungen einem ebenen Feld entsprechen, auch die im Annex I abgeleiteten Beziehungen. Man kann dies zu einer Abschätzung benutzen, in wie kurzer Zeit ein in bestimmter Tiefe unter der Erdoberfläche induzierter Strom im Grenzfall ansteigen kann.

Nehmen wir für die magnetische Feldstärke H_0 an der Erdoberfläche eine Sprungfunktion (mit unendlich steiler Front) an, so gilt gemäss Annex I in einer Tiefe x

$$H(x, t) = H_0 \cdot \left[1 - \Phi \left(\sqrt{\frac{a^2}{t}} \right) \right] \quad \text{mit } a^2 = \frac{\mu \cdot \sigma \cdot x^2}{4}$$

wo $\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-f^2} df$ das sogenannte Fehlerintegral ist.

Ferner ist die elektrische Feldstärke

$$E(x, t) = H_0 \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\rho}{x} \cdot \sqrt{\frac{a^2}{t}} \cdot e^{-a^2/t}$$

Nun gilt für den Kurzschlussstrom, der in einer geschlossenen Leiterschleife induziert wird

$$L \cdot \frac{di}{dt} + u_0 = \mu_0 \cdot F \cdot \frac{dH}{dt}$$

- Darin ist
- L die Induktivität der Leiterschleife,
 - F der senkrecht zu H stehende Anteil der von der Leiterschleife umschlossenen Fläche, und
 - u_0 der Spannungsabfall längs der Leiteroberfläche, der, wie in Annex I nachgewiesen, vernachlässigbar klein gegen $L \cdot \frac{di}{dt}$ ist.

Es ist also

$$L \cdot \frac{di}{dt} = \mu_0 \cdot F \cdot \frac{dH}{dt}$$

$$\underline{i(t) = \frac{\mu_0 F}{L} \cdot H(t) = \frac{\mu_0 F}{L} H_0 \left[1 - \Phi\left(\frac{a^2}{t}\right) \right]}$$

Komplizierter liegen die Verhältnisse für den Strom, der in einem gestreckten Leiter mit über dem Erdboden geschlossenen Stromkreis induziert wird. Die Induktionsspannung entspricht hier der im Erdboden auftretenden Spannung, die vom Leiter überbrückt wird. Sie ist also

$$u_{ind} = \ell \cdot E(t)$$

Der Spannungsabfall im Stromkreis, der dieser Spannung gleich sein muss, setzt sich aus zwei Anteilen zusammen, einem rein ohmschen Anteil, der dem Stromübergang Leiter-Boden und der Stromausbreitung im Boden an beiden Enden des Leiters entspricht, und dem vorwiegend induktiven Anteil, der von der Rückleitung des Stromes im Boden herrührt. Bei einem langen Leiter, der in gutem Kontakt mit dem Erdboden steht, kann der induktive Anteil in dem in Frage kommenden Zeitbereich wesentlich ins Gewicht fallen. In vielen Fällen wird er aber gegenüber dem ohmschen Anteil vernachlässigbar sein. Im Folgenden wollen wir uns auf diese Fälle beschränken, die einerseits zu einer einfachen Beziehung, andererseits zu der kürzest möglichen Frontzeit des Induktionsstromes führen. Wir haben dann im Stromkreis nur einen Widerstand R zu berücksichtigen und es ist

$$\underline{i(t) = \frac{\ell}{R} \cdot E(t) = \frac{\ell}{R} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\rho}{x} \cdot H_0 \cdot \sqrt{\frac{a^2}{t}} \cdot e^{-a^2/t}}$$

Die Zeitfunktionen der beiden Induktionsströme (in geschlossener Leiterschleife und im gestreckten Leiter mit Erdkontakt) entsprechen den Sprungantworten des magnetischen und des elektrischen Feldes auf das Magnetfeld H_0 an der Erdoberfläche. Im Annex I haben wir die Funktionen von t/a^2 mit \mathcal{J}_H und \mathcal{J}_E bezeichnet:

$$\mathcal{J}_H(t/a^2) = 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{a^2}{t}}\right)$$

$$\mathcal{J}_E(t/a^2) = \sqrt{\frac{a^2}{t}} \cdot e^{-a^2/t}$$

Dann ist

$$H(t) = \gamma_H \cdot H_0$$

$$E(t) = \gamma_E \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \rho/x \cdot H_0$$

für die Leiterschleife:

$$i(t) = \mu_0 \cdot F/L \cdot \gamma_H \cdot H_0$$

für den Leiter mit Erdkontakt:

$$i(t) = \frac{U}{R} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\rho}{x} \cdot \gamma_E \cdot H_0$$

Die Funktionen γ_H und γ_E sind in Fig. 1 dargestellt. Nimmt man als Beispiel für den spezifischen Widerstand des Bodens (Kalkfelsen) $\rho = \frac{1}{\sigma} = 4000 \Omega\text{m}$ und für die Ueberdeckung $x = 50 \text{ m}$ an, so wird $a^2 = 0,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$, und man erhält damit den in Fig. 1 noch eingetragenen Zeitmassstab in μs . Man sieht daraus, dass die auftretenden Frontzeiten möglicherweise noch unter denjenigen liegen können, die wir bei den Stossversuchen erreicht haben.

Zürich, 29. September 1972
EV/WB/ASchm

FORSCHUNGSKOMMISSION DES SEV UND VSE
FUER HOCHSPANNUNGSFRAGEN

E. Vogelsanger

E. Vogelsanger

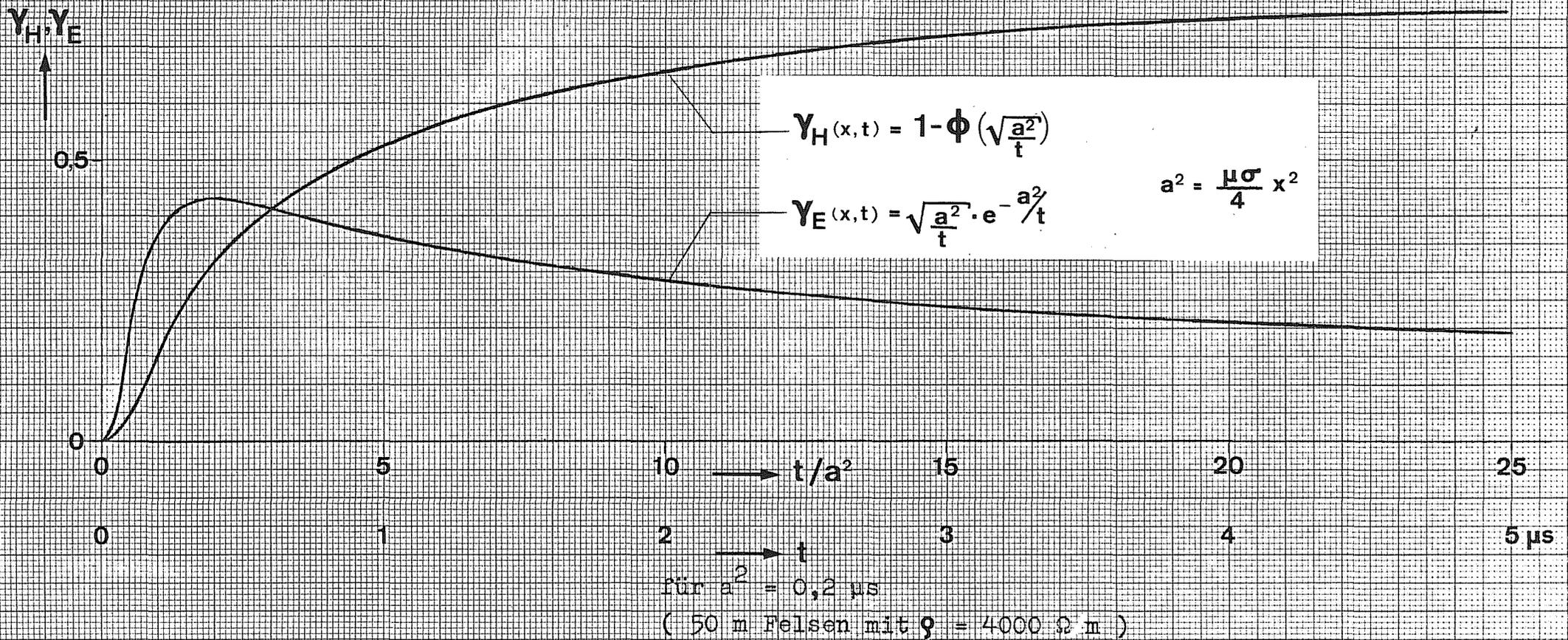
Beilage: Fig. 1

Sprungantwort des magnetischen und elektrischen Feldes in der Tiefe x
auf das magnetische Feld H_0 an der Oberfläche

$$H(0,t) = \varepsilon(t) \cdot H_0 \quad , \quad \varepsilon(t) = \text{Sprungfunktion}$$

$$H(x,t) = Y_H(x,t) \cdot H_0$$

$$E(x,t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\rho}{x} \cdot Y_E(x,t) \cdot H_0$$



Annex II Fig.1